

Numerical Analysis of Wedge Indentation by FEM,  
 by S. Kurlyama, H.A. Meyers, and D. Jaramillo, Proceedings  
 of 36th Joint Conf. Japan Soc. Tech. Plasticity, 627  
 (1985, Nagaoka, in Japanese).

FEM解析によるウェッジ押し込み

機望正 \* 栗山 慎 鋒 (理研) M.A. Meyers (ユークシコ工系大学)  
 D. Jaramillo ( " " )

1. まえがき

素材から試験片を切り出さずに材料力学特性を得る方法として、又は結晶粒程度の微視的な力学特性を計測する方法として、硬さ試験法の有用性が考えられる。そこで著者らは30°鋭角ウェッジの押し込み問題を取り上げた。供試材はニッケルと黄銅で、それぞれの材料を焼鈍及び冷間圧延した試験片に、鋭角ウェッジを押し込み、荷重と押し込み量との関係を実験から求めた。次に、弾塑性有限要素法を用いて数値解析し、ウェッジ近傍の試料の変形及び荷重と押し込み量との関係を求めた。その結果、押し込み時の摩擦係数を0.3に仮定すると、解析値は実験値と非常によく一致した。

2. 実験

供試材はニッケル(Ni-200)と黄銅(70%Cu/30%Zn)の2種類で、寸法100×65×25.4mmの板に切り出し、まず十分に焼鈍させた。次に、その板から異なる降伏応力値の試験片を得る為、板厚が20, 40, 60, 80, 90%減少するように冷間圧延で予ひずみを与えた。引張り試験と押し込み試験に用いる試験機はMTS-810で、伸び及び押し込み量を計測する伸び縮み計はMTS-632, 11C-210である。

2.1 引張り試験

上述の焼鈍材と圧延材から引張り試験片(規格ASTM E 8-68)を、圧延方向及びそれに直角な方向に切り出し、化学研磨を施した後、引張り試験を行った。得られた実験結果の一部を図1に示す。圧延による異方性はニッケル、黄銅共に存在した。圧延による

変形と一軸引張り変形とは異なった変形形式であるが、真の応力・対数ひずみ表示による相当応力 $\sigma_e$ と相当ひずみ $\epsilon_e$ に変換して求めた線図が図2である。

2.3 押し込み試験

押し込み試験方法の概略を図3に示す。押し込み圧子は鋭角30°のウェッジを持つ、直径3mm長さ14.45mmの焼

422

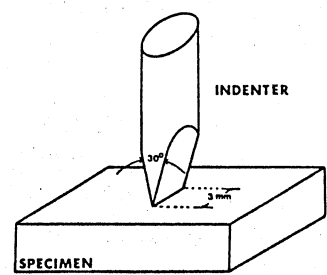


図3. 押し込み試験

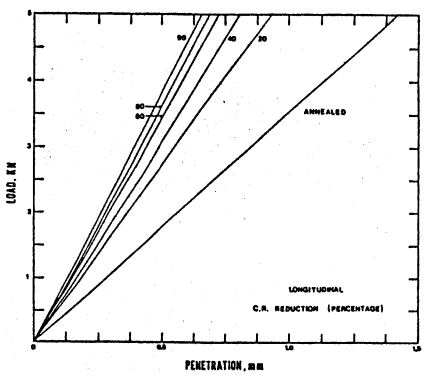


図4. 押し込み荷重と押し込み量の関係。  
 ニッケル200, 圧延方向。

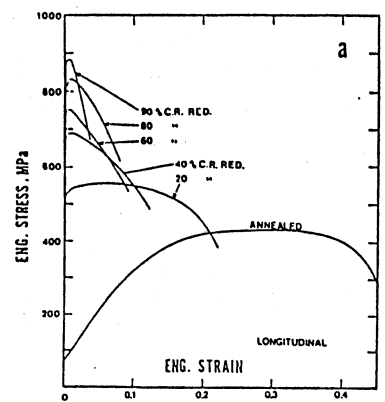


図1. 引張り試験による応力-ひずみ線図  
 ひずみ速度10<sup>-3</sup>/s, Ni-200, 圧延方向

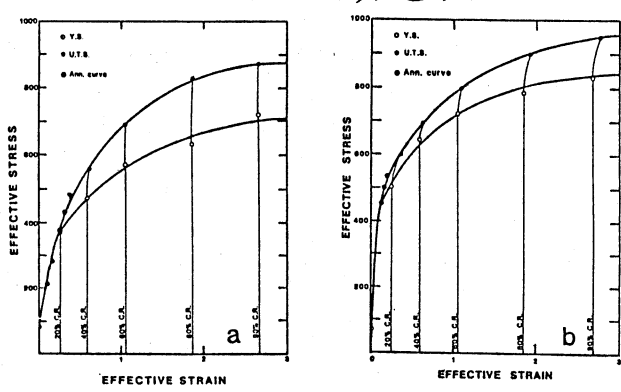
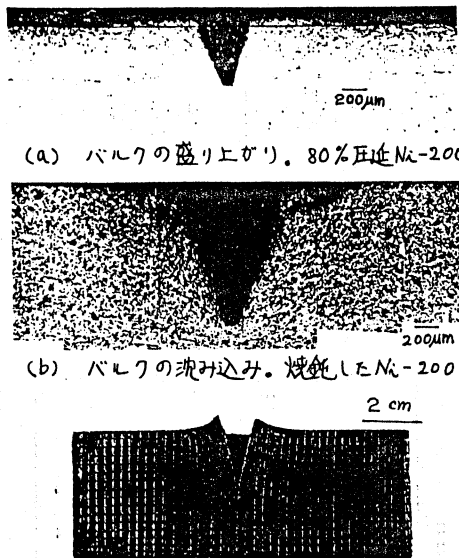


図2. 冷間圧延後の引張り変形を表す相当応力-相当ひずみ線図。(a) Ni-200, (b) 黄銅

第36回塑性加工連合講演会(85-10-6~8), 長岡

入れ硬化した AISI W1 Steel である。試験片は上述した焼鈍及び圧延材から切り出した小さい矩形で、押し込み時の摩擦を減らす為、酸化モリブデン粉かグリースを塗布した。押し込み速度は  $0.0125 \text{ mm/S}$  で、実験結果の一部を図4に示す。荷重  $P$  と押し込み量  $h$  の関係は、押し込み量が比較的小さい範囲を除くと、材料の種類、圧延量に関係なく、ほぼ直線で表示される。押し込み後の試験片を詳細に検討すると、図5に示す様に、バルクの盛り上がり (a)、(c) と流れ込み (b) の変形が  $V$  型上部に生じている。



(a) バルクの盛り上がり。80%圧延Ni-200

(b) バルクの流れ込み。焼鈍したNi-200

図5.(c) バルクの盛り上がり。70%圧延チタン

### 3. 数値解析

ウエッジの押し込みと弾塑性有限要素法で数値解析した。ウエッジ中央部近傍では、試料の材料は刃先に平行な方向には流れないと考え、変形は二次元平面ひずみ状態と仮定した。押し込みウエッジは剛体と考え、試料表面に垂直な方向にスリットを入れ、このスリットを角度30度のV型みぞに用いる問題に置き替えた。

Swedlow<sup>1)</sup>が開発したFEMプログラムを修正して使用した<sup>2)</sup>。材料の変形は等方性で、von Misesの降伏条件とPrandtl-Reussの増分理論に従う<sup>3)</sup>。要素は三角形で、変位変数は線形多項式で、ガウス消去法が用いられている。構成方程式は、弾性変形に関しては  $\bar{\sigma} = E \bar{\epsilon}_e$  (1)、塑性変形に関しては

$$\bar{\sigma} = c (\bar{\epsilon}_p + \delta)^n \quad (2)$$

で表す。 $\bar{\sigma}$ 、 $\bar{\epsilon}_p$ 、 $\bar{\epsilon}_e$  は真応力・対数ひずみ表示による相当応力、相当塑性ひずみ、相当弾性ひずみである。解の発散を多少自動的に抑える為、加工硬化係数  $H = (\bar{\sigma} - \bar{\sigma}^*) / (\bar{\epsilon}_p - \bar{\epsilon}_p^*)$  と定義した。 $\bar{\sigma}^*$  と  $\bar{\epsilon}_p^*$  は各増分過程での計算値で、 $\bar{\sigma}$  と  $\bar{\epsilon}_p$  は(2)式を満たす理

論値である。

### 3.1 構成方程式

図2に示す圧延材の応力-ひずみ関係と次の様に考えた。まず応力は、弾性的に急激に上昇する引張り曲線上沿って増大し、次に降伏した後は、各圧延状態の引張り強さを結ぶ曲線上沿って加工硬化する。解析にはニッケル、黄銅とこれに、6種類の構成方程式を求めたが、ここに2例だけ示す。焼鈍したニッケル材では、 $\bar{\sigma}_y = 69.0 \text{ MPa}$ 、 $C = 780.0 \text{ MPa}$ 、 $\delta = 0.741 \times 10^{-4}$ 、 $n = 0.255$ で、80%圧延したニッケル材では、 $\bar{\sigma}_y = 789.0 \text{ MPa}$ 、 $C = 953.0 \text{ MPa}$ 、 $\delta = 0.524 \times 10^{-3}$ 、 $n = 0.025$ である。ポアソン比は  $\nu = 0.3$  と仮定し、ニッケルのヤング係数は  $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ 、黄銅は  $E = 1.1 \times 10^5 \text{ MPa}$  とした。

### 3.2 要素分割と境界条件

解析には対称性を利用して、図6(b)の要素分割(要素数70、節点数46)を用いた。境界ABはウエッジに接する所で、図6(a)に示す変位量とX方向に与え、V型みぞを作る。Y方向は固定である。境界BCの境界条件は、対称性によりX方向固定、Y方向移動可とする。境界CD、DEはX・Y両方向に固定で、境界AEは自由表面である。距離ABはウエッジ押し込み量に相当し、変位  $L$  が  $\tan 15^\circ$  (ウエッジ角  $30^\circ$ ) に到達した時点の変形だけが求める解である。この場合の変形経路は、実験におけるウエッジ押し込みの変形経路とは全く異なったものである。しかし、変形経路に依存しない変形理論を用いているから、変形経路が異なっても最終時点では同じ解に到達する。

### 3.3 押し込み荷重の算定

押し込み荷重は、エネルギー保存を表す次式を用いて、ウエッジと接する節点力(図6(b)のAB上の節点で、添字しを付す)から算定した。

$$P \Delta h = P (\Delta h_d + \Delta h_p) = \sum f_{xi} \Delta x_i + \sum f_{yi} \Delta y_i + \sum f_{fci} \Delta l_i + \Delta E_{cf} \quad (3)$$

$f_{xi}$  と  $f_{yi}$  は節点  $i$  に作用する節点力のX・Y方向成分で、 $\Delta x_i$  と  $\Delta y_i$  はそれぞれの成分のX・Y方向増分移動量である。 $f_{fci}$  は節点  $i$  に働く摩擦力で、

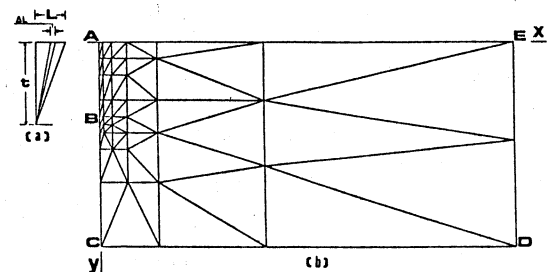


図6.(a) 境界ABに与える変位量と(b)要素分割図

$f_{fci} = f_{ni} \mu$  (4) と表される。 $\Delta l_i$  は摩擦力  $f_{fci}$  の増分移動距離で、 $f_{ni}$  は節点力の垂直方向成分で、 $\mu$  は摩擦係数である。 $P$  は押し込み力で、 $\Delta h$  は見掛けの増分押し込み量である。 $\Delta h$  は真の押し込み量  $\Delta h_d$  と押し込み圧子の弾性縮み変形量  $\Delta h_s$  とから成り立っており、 $P\Delta h$  は外力のなした増分仕事量である。この仕事量が試料の変形  $\int f_{xi} \Delta x_i + \int f_{yi} \Delta y_i$  と摩擦  $\int f_{fci} \Delta l_i$  とウエッジ先端のクラック形成  $\Delta E_{cf}$  とに使用される。 $\Delta E_{cf}$  は新しい表面を作るのに必要なエネルギーで、かなり小さいから無視する。

#### 4. 解析結果

押し込み深さが  $0.5 \text{ mm}$  の場合の、変形及び相当塑性ひずみ分布を図7に示す。図7(a) はニッケル焼鈍材の場合で、(b) はニッケル80%圧延材の場合である。塑性変形はウエッジ押し込み近傍に集中し、バルクの盛り上がりは焼鈍材よりも圧延材の方が大きい。ウエッジと接する境界に沿った、節点力の X、Y 方向成分を図8に示す。材料はニッケル焼鈍材の場合で、試料と接触しない空間からウエッジ先端に生じる。これは試料の弾性変形による。

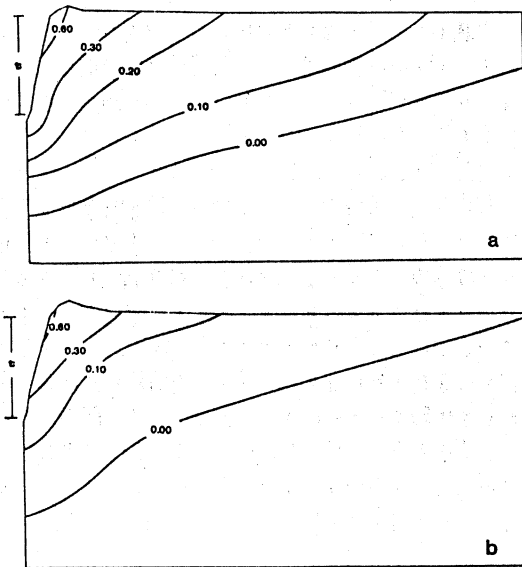


図7. 押し込みによる相当塑性ひずみ分布  
 (a) ニッケル焼鈍材 (b) ニッケル80%圧延材

表1. 異なるY方向境界条件下の節点力及び押し込み荷重

BOUNDARY CONDITION	Nodal forces		Normal force $F_n$	Tangential force $F_t$	Force for deformation of specimen $F_{def}$	Frictional force $F_{fc}$	Indentation force $P_{total}$
	$\Sigma f_{xi}$	$\Sigma f_{yi}$					
y = free	362	0	350	98	765	231	996
y = fixed	458	212	498	87	717	301	1018
y = given	456	254	521	8	817	299	1116

all forces are given in Newtons.

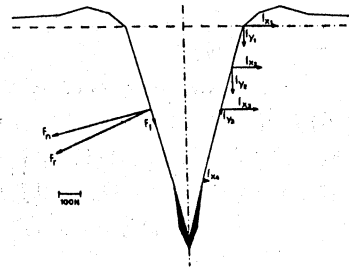


図8. ウエッジと試料の接触境界

形による。

ウエッジ近傍で、図5に示すようにバルクの盛り上がりや沈み込みが存在した。そこで図5(c)の盛り上がりをも想定して、ウエッジと接する境界の境界条件をY方向自由、(a)の盛り上がりをも想定して、境界条件をY方向固定、そして(b)の沈み込みをも想定して、沈み込み方向に変位を指定して解析した。材料はニッケル焼鈍材の場合で、解析結果を図9と表1に示す。試料の変形に必要な力  $F_{def}$ 、摩擦力  $F_{fc}$ 、そして押し込み荷重  $P_{total}$  は摩擦係数を  $\mu = 0.1$  と仮定し、(3)式を用いて求めた。

押し込み深さが  $0.25 \text{ mm}$  と  $1.0 \text{ mm}$  の場合も解析した。しかし要素分割の寸法とウエッジと接する境界の変位量は、押し込み深さに比例して与え、しかも同一の境界条件で解析したので、変形量・押し込み荷重等の解析値がすべて押し込み量に比例して変化した。これは図4に示す荷重と押し込み量との関係が、実験でもほぼ直線的に

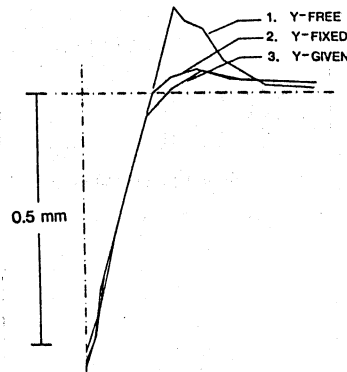


図9. 異なるY方向境界条件下のバルクの盛り上がり

変化する現象を説明している。

### 5. 実験と理論の比較検討

荷重 $P$ と押し込み量 $d$ の関係は、(3)式の理論式から求める。その際、実験値に關しては、押し込み圧子の弾性縮み量 $\Delta h_s$ と補正する。ウェッジは材料に新生面を形成しながら押し込まれていくから、両面の摩擦係数はすべり摩擦の $\mu=0.1$ と、付着-すべり摩擦の $\mu=0.3$ の間に存在すると想像した。図10の実太線(apparent curve)は実験で得られた「荷重-押し込み量」線図で、弾性縮み量を補正すると、細い実線(corrected curve)で示す真の「荷重-押し込み量」線図が得られる。試料と変形させるのに必要なエネルギーは、 $\square$ で示した三角形面積に相当する。摩擦に使用されるエネルギーはハッチを付けた三角形面積に相当する。図11の「荷重-押し込み量」線図は、ニッケルの焼鈍材と80%圧延材について、補正した真の実験線図である。押し込みにした全エネルギーの40%程度が、試料の変形に使用され、他は摩擦に使用される。摩擦係数を $\mu=0.3$ と仮定すると、解析値は実験値に近づく。試料の変形に必要な力 $F_{def}$ と摩擦力 $F_{fc}$ は、表1に示すように、

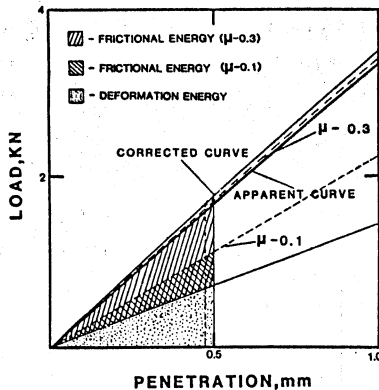


図10. 弾性縮み量の補正とエネルギー配分

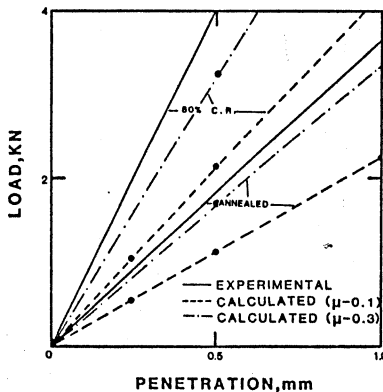


図11. 数値解による荷重と押し込み量の関係

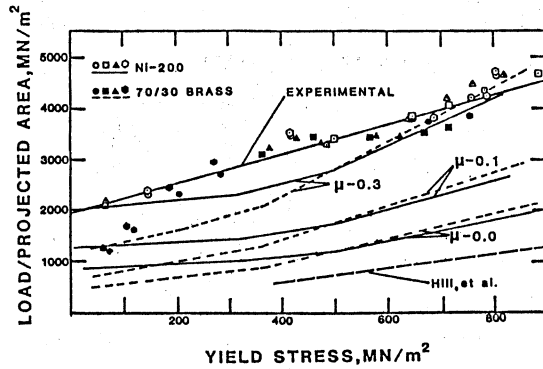


図12. 平均押し込み応力と材料流動応力の関係  
ウェッジと接する面の境界条件にはたいして変化しないが、摩擦力 $F_{fc}$ は摩擦係数 $\mu$ に大きく影響される。降伏応力の異なる試料にウェッジを押し込む時、押し込み荷重としてどの程度の平均応力が必要かと図12に示す。縦軸の $P/S$ は平均押し込み応力で、 $S$ は押し込み時の $V$ みぞの最大断面積である。ウェッジ幅と $d$ 、 $V$ みぞの深さを $t$ 、みぞの幅を $s$ とすると、 $S = 2dt \tan 15^\circ$ と表され、 $P/S = (2d \tan 15^\circ)^{-1} (P/t)$ となる。 $P/t$ は「荷重-押し込み量」線図の摩擦係数である。実験及び点線はニッケル及び黄銅における計算値で、摩擦係数を $\mu=0.3$ と仮定すると、計算値は実験値に近づく。すべり線場理論を用いて、Hillらが得た解析結果を付記した。

### 6. 結論

鋭角ウェッジの押し込み実験を行い、弾塑性有限要素法を用いて数値解析した。ウェッジと接する $V$ みぞ上部に、バルクの盛り上がりが見られた。数値解析によると、バルクの盛り上がり量は圧延材の方が焼鈍材よりも大きい。これは十分に加工硬化したバルクのこうなる変形と、まだ十分に加工硬化していないバルク近傍の変形とを比較することによって説明できる。解析によると、荷重と押し込み量の関係は、要素分割と境界条件の相似性により直線であった。実験結果もほぼ直線であったことより、その相似性がウェッジ押し込みの実験の際にも成り立つと推定できる。ウェッジと接する試料面の摩擦係数を $\mu=0.3$ と仮定すると、計算による押し込み荷重値は実験値に非常に近い。

### 参考文献

- 1). J.L. Swedlow, Computers and Structures, 3, 879 (1973).
- 2). S. Kuriyama, et al., Proc. 4th Internal. Conf. on Production Engineering (Japan Soc. of Precision Engineering and Japan Soc. for Technology of Plasticity, Tokyo, 1980), p. 38.
- 3). W. Johnson, et al., Plasticity for Mechanical Engineers (D. Van Nostrand Co., 1962).
- 4). F.P. Bowden, et al., The Friction and Lubrication of Solids (Clarendon Press, Oxford, 1954), p. 107.
- 5). R. Hill, et al., Proc. Roy.Soc., 188A, 273 (1947).